1. Series de Fourier TC

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-j\frac{2\pi}{T}kt}dt$$

$$x(t) = x(t+T) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$$

2. Series de Fourier TD (DFT)

Versión programable de la T. de Fourier

$$a_k = a_{k+N} = \frac{1}{N}\sum_{n=<N>} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$x[n] = x[n+N] = \sum_{k=<N>} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Relación con frecuencia continua $\omega = 2\pi f$

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \omega T \Rightarrow \boxed{1 = NfT}$$

donde T es el periodo de muestreo.

3. Transformada de Fourier TC

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

3.1. Propiedades

$x(t)$	$X(j\omega)$
$ax_1(t) + bx_2(t)$	$aX_1(j\omega) + bX_2(j\omega)$
$x(t-t_0)$	$X(j\omega)\cdot e^{-j\omega t_0}$
$x(t)\cdot e^{j\omega_0 t}$	$X\left(j(\omega-\omega_0)\right)$
$x(-t)$	$X(-j\omega)$
$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$
$\frac{dx(t)}{dt}$	$j\omega X(j\omega)$
$tx(t)$	$-\frac{1}{j}\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$
$(x_1 * x_2)(t)$	$X_1(j\omega)\cdot X_2(j\omega)$
$x_1(t)\cdot x_2(t)$	$\frac{1}{2\pi}(X_1 * X_2)(j\omega)$

3.2. Algunas transformadas

$x(t)$	$X(j\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
1	$2\pi\delta(\omega)$
$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$
$\delta(t)$	1
$x(t) = \begin{cases} 1\ , & \lvert t\rvert < T \\ 0\ , & \lvert t\rvert > T \end{cases}$	$\frac{2\,\mathrm{sen}(\omega T)}{\omega}$
$\frac{\mathrm{sen}(Wt)}{\pi t}$	$X(j\omega) = \begin{cases} 1\ , & \lvert\omega\rvert < W \\ 0\ , & \lvert\omega\rvert > W \end{cases}$
$e^{-at}\,\mathrm{u}(t),\ \mathrm{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{a+j\omega}$
$te^{-at}\,\mathrm{u}(t),\ \mathrm{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}\,\mathrm{u}(t),\ \mathrm{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^n}$
$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$	$\frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right)$

Teorema del muestreo

Si $x(t)$ es de banda limitada, tal que $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| > \omega_m$, entonces $x(t)$ se puede recuperar de manera única a partir de sus muestras $x[n] = x(nT)$ si la frecuencia de muestreo es el doble de la máxima frecuencia presente en la señal original, vale decir $\omega_s = \frac{2\pi}{T} > 2\omega_m$.

4. Transformada de Fouirer TD

$$X(e^{j\Omega}) = X\left(e^{j(\Omega+2\pi)}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{<2\pi>} X(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}d\Omega \qquad \boxed{\Omega = \omega T}$$

4.1. Propiedades

$x[n]$	$X(e^{j\Omega})$
$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(e^{j\Omega}) + bX_2(e^{j\Omega})$
$x[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}X(e^{j\Omega})$
$nx[n]$	$j\frac{d}{d\Omega}X(e^{j\Omega})$
$(x_1 * x_2)[n]$	$X_1(e^{j\Omega})\cdot X_2(e^{j\Omega})$

4.2. Algunas transformadas

$x[n]$	$X(e^{j\Omega})$
$a^n\,\mathrm{u}[n],\ \lvert a\rvert<1$	$\dfrac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$
$\delta[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$
$\delta[n]$	1
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi\delta(\Omega-\Omega_0)$, repetida cada 2π

5. Transformada Z

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]z^{-n} \qquad \text{(bilateral)}$$

5.1. Propiedades

$x[n]$	$X(z)$	RdC
$ax_1[n]+bx_2[n]$	$aX_1(z)+bX_2(z)$	$\supset(R_1\cap R_2)$
$x[n-1]$	$z^{-1}X(z)$	R
$nx[n]$	$-z\dfrac{dX(z)}{dz}$	R
$(x_1*x_2)[n]$	$X_1(z)\cdot X_2(z)$	$\supset(R_1\cap R_2)$

$$X(e^{j\Omega})=X(z)\Big|_{z=e^{j\Omega}}$$

5.2. Algunas transformadas

$x[n]$	$X(z)$	RdC
$\delta[n]$	1	todo z
$\mathrm{u}[n]$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert>1$
$-\,\mathrm{u}[-n-1]$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert<1$
$\alpha^n\,\mathrm{u}[n]$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\lvert z\rvert>\lvert\alpha\rvert$
$-\alpha^n\,\mathrm{u}[-n-1]$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\lvert z\rvert<\lvert\alpha\rvert$

6. Transformada de Laplace

$$X(s)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-st}dt \qquad \text{(bilateral)}$$

6.1. Propiedades

$x(t)$	$X(s)$	RdC
$ax_1(t)+bx_2(t)$	$aX_1(s)+bX_2(s)$	$\supset(R_1\cap R_2)$
$x(t-T)$	$X(s)e^{-sT}$	R
$x(-t)$	$X(-s)$	$-R$
$tx(t)$	$-\dfrac{dX(s)}{ds}$	R
$x(t)e^{-\alpha t}$	$X(s+\alpha)$	R desplazada en $-\alpha$
$\dfrac{dx(t)}{dt}$	$sX(s)$	$\supset R$
$\displaystyle\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$	$\dfrac{X(s)}{s}$	$\supset\Big(R\cap(\mathrm{Re}(s)>0)\Big)$
$(x_1*x_2)(t)$	$X_1(s)\cdot X_2(s)$	$\supset(R_1\cap R_2)$

$$\mathcal{F}\{x(t)e^{-\sigma t}\}(j\omega)=\mathcal{L}\{x(t)\}(s)\ ,\quad s=\sigma+j\omega$$
$$X(j\omega)=X(s)\Big|_{s=j\omega}=X(s)\Big|_{\sigma=0}$$

6.2. Algunas transformadas

$x(t)$	$X(s)$	RdC
$e^{-\alpha t}\,\mathrm{u}(t)$	$\dfrac{1}{s+\alpha}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-\alpha$
$-e^{-\alpha t}\,\mathrm{u}(-t)$	$\dfrac{1}{s+\alpha}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-\alpha$
$te^{-\alpha t}\,\mathrm{u}(t)$	$\dfrac{1}{(s+\alpha)^2}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-\alpha$
$-te^{-\alpha t}\,\mathrm{u}(-t)$	$\dfrac{1}{(s+\alpha)^2}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-\alpha$
$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}\,\mathrm{u}(t)$	$\dfrac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-\alpha$
$-\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}\,\mathrm{u}(-t)$	$\dfrac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-\alpha$
$\delta(t)$	1	todo s
$\delta(t-T)$	e^{-sT}	todo s
$\mathrm{u}(t)$	$\dfrac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\}>0$
$-\,\mathrm{u}(-t)$	$\dfrac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\}<0$